

1. Нека случајна величина X има $G(p)$ расподелу, $0 < p < 1$. Доказати да се одговарајућа карактеристична функција $\varphi_X(t)$ случајне величине X може приказати као:

$$\varphi_X(t) = \lim_{n \rightarrow +\infty} g_1(t) \cdot g_2(t) \cdot \dots \cdot g_n(t)$$

где је $g_k(t), k = \overline{1, n}$, карактеристична функција неке случајне величине.

2. а) Проверити да ли важи:

$$\begin{aligned} X_n &\xrightarrow{P} X \Leftrightarrow X_n - X \xrightarrow{P} 0 \\ X_n &\xrightarrow{\text{c.c.}} X \Leftrightarrow X_n - X \xrightarrow{\text{c.c.}} 0 \\ X_n &\xrightarrow{D} X \Leftrightarrow X_n - X \xrightarrow{D} 0, \end{aligned}$$

при $n \rightarrow +\infty$.

- б) Доказати да важи:

$$X_n \xrightarrow{D} 0 \Leftrightarrow X_n \xrightarrow{P} 0,$$

при $n \rightarrow +\infty$.

- в) Ако је $X_n(\omega) \geq X_{n+1}(\omega), \forall \omega \in \Omega, \forall n \in \mathbb{N}$, онда $X_n \xrightarrow{P} X \Rightarrow X_n \xrightarrow{\text{c.c.}} X$, при $n \rightarrow +\infty$.

3. Да ли за низ независних случајних величина $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ важи услов Љапунова, ако случајна величина X_n има закон расподеле:

$$X_n: \begin{pmatrix} -2^n & 0 & 2^n \\ \frac{1}{4^n} & 1 - \frac{2}{4^n} & \frac{1}{4^n} \end{pmatrix}$$

за $\forall n \in \mathbb{N}$?